BID
Banco Interamericano de Desarrollo

RedPLAC
RED DE PENSIONES EN AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

Metodología

Modelo de Proyección Actuarial de Pensiones del Banco Interamericano de Desarrollo

RedPLAC
RED DE PENSIONES EN AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE

Noviembre 2021

Metodología del Modelo de Proyección Actuarial de Pensiones del BID

Antecedentes

La Red de Pensiones en América Latina y el Caribe (Red PLAC) es una iniciativa regional de la División de Mercados Laborales del Banco Interamericano de Desarrollo (BID), cuyo principal objetivo es acompañar los esfuerzos de los países de la región para mejorar la capacidad institucional y técnica de sus entidades de pensiones.

La Red PLAC realiza una serie de actividades que cuentan con la participación activa de sus miembros y trabaja continuamente para generar herramientas útiles que apoyen, y contribuyan al fortalecimiento de los sistemas de pensiones de la región. En ese contexto, se ha desarrollado este **Modelo de Proyección Actuarial de Pensiones**, que es una herramienta de gran utilidad para evaluar la sostenibilidad financiera y social de los sistemas de pensiones, así como para el análisis de eventuales reformas pensionales.

El panorama actual de los sistemas de pensiones en América Latina y el Caribe hace que sea necesario construir un modelo actuarial para valorar y simular en un marco realista los cambios en los parámetros relevantes de los sistemas de pensiones. El modelo conceptual desarrollado por el BID, junto con el consultor Rubén Castro, es una plataforma de colaboración que permite la discusión de conceptos actuariales y escenarios de proyección, y proporciona un marco para que cada usuario desarrolle su modelo de proyección de pensiones.

Este documento metodológico apoya conceptualmente el Modelo de proyección actuarial de pensiones del BID, presentado en planillas Excel aparte, discutido en sus inicios en el curso sobre modelos de proyección de pensiones, realizado por el BID en Washington D.C. del 11 al 15 de noviembre de 2019. Esta actividad contó con una serie de aportes valiosos y una supervisión constante desde el equipo del BID, a quienes el autor expresa su agradecimiento: Mariano Bosch, Waldo Tapia, Carolina Félix, Manuel García, Álvaro Altamirano y Laura Karina Gutiérrez.

Presentación del Modelo de proyección actuarial de pensiones del BID

...no son números, son personas...
Rudy Corrales Vega, Costa Rica
(participante del curso sobre modelos de proyección de pensiones)

Una característica fundamental de los sistemas de pensiones es la necesidad de contar con herramientas de proyección de mediano o largo plazo, que permitan simular el valor futuro de diversas cifras, ya sea para analizar su sostenibilidad, su impacto en el bienestar o evaluar posibles reformas.

Sin embargo, los modelos de proyección de pensiones son complejos en general, así como también los sistemas de seguridad social, debido a la presencia de heterogeneidad en las historias laborales, la diversidad y yuxtaposición de procesos de pensiones, la diversidad de objetivos del análisis, la falta de datos, el foco en los incentivos en el mercado laboral, la influencia de factores macroeconómicos, de finanzas públicas, la focalización socioeconómica, los ejercicios de simulación de reformas, la necesidad de comunicar el modelo a una diversidad de actores sociales, y muchos otros temas. Todo ello dificulta la incorporación de análisis periódicos y comparables entre sí, y dificulta a las instituciones públicas el desarrollo de sus propios análisis que son de suma importancia en los momentos de discusión de reformas.

En este contexto, el BID y la Red PLAC[1] realizaron un curso sobre modelos de proyección de pensiones, dentro del cual surgió la iniciativa de contar con un modelo BID a disposición de la comunidad. El proyecto del Modelo de proyección actuarial de pensiones del BID surgió entonces para facilitar a las instituciones públicas y privadas el desarrollo de modelos de proyección de pensiones en los sistemas de seguridad social. El objetivo central es proveer una base común de conceptos y metodologías, que funcione en forma simple y transparente, bajo una amplia gama de sistemas de pensiones y preguntas a responder.

El Modelo del BID se definió como el modelo más cercano al estándar que de facto están usando los países, más algunas capacidades extra para hacerse cargo de la heterogeneidad en las historias laborales (edad de entrada al sistema de seguridad social, frecuencia de contribuciones y salario desde ese momento en adelante). El desarrollo del modelo tiene como objetivo identificar los componentes relativamente comunes a los modelos usados en la proyección de pensiones, agregarles elementos formales faltantes desde la literatura actuarial,

[1] Sitio web official de la Red PLAC: https://www.iadb.org/es/sectores/inversion-social/red-plac/about-red-plac

financiera y de probabilidades, y articularlos en un modelo transparente, suficientemente preciso y con heterogeneidad de trabajadores, que pudiera quedar plasmado completamente en una planilla EXCEL. Para ello el equipo a cargo del proyecto revisó los componentes de modelación presentes en A) informes actuariales disponibles públicamente en distintos países[2], B) documentación de los modelos de la OIT, Banco Mundial y el FMI a la que se tuvo acceso y C) normas contables internacionales (Norma NIC 19), prácticas actuariales estándar (SOA[3], CIA[4]) y D) regulación actuarial en Australia, Costa Rica, Canadá, EE.UU., México y UK. De lo anterior, el equipo del proyecto identificó y propuso el marco en este informe, el cual incorpora elementos desde la demografía, economía, finanzas, teoría de probabilidad, así como de las prácticas actuariales y contables.

Este informe acompaña las planillas Excel con los cálculos del modelo. En la sección 1 de este informe se detalla la metodología del modelo y de las planillas de cálculo. En esta versión, se han agregado dos planillas de cálculo: la primera con una aplicación del modelo en formato de beneficio definido "Modelo_BID_BD", y otra en formato de contribución definida "Modelo_BID_CD".

La sección 2 profundiza en el concepto de "tasa de riesgo", el cual es central para el modelo y para el actuariado en general, principalmente para calcular la cantidad de eventos esperados y el valor presente esperado. Posteriormente, las secciones 3 a la 7 detallan la proyección de pensiones. La sección 8 discute varios tipos de análisis actuarial que se utilizan en los modelos actuariales de pensiones (y se pueden hacer con aplicaciones del modelo BID propuesto en este informe). La sección 9 discute la incorporación de heterogeneidad de historias laborales en el modelo. Por último, la sección 10 propone algunos próximos pasos.

[2] Los países incluyen Argentina, Canadá, Chile, Costa Rica, Ecuador, Honduras, México, Estados Unidos de América, Paraguay, Perú y Uruguay.
[3] https://www.soa.org/
[4] https://www.cia-ica.ca/home

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN 6
1. Elementos técnicos del modelo estándar 8
2. Eventos esperados y valor presente esperado 11
3. Proyección del stock de grupo A y B 13
3.A Metodología para calcular $StockA_{19,t+1}$ y $StockA_{20,t+1}$ 14
3.B Metodología para calcular $StockB_{20,t+1}$ y $StockB_{21,t+1}$ 17
3.C Nota: Casos especiales del grupo A 18
4. Proyección del stock de grupo C 20
5. Proyección del stock de grupo D 24
6. Proyección de salarios y pensiones con heterogeneidad 27
7. Proyección del flujo anual de ingresos y egresos totales 30
8. Cinco tipos de análisis actuarial 32
8.1 Introducción 32
8.2 Indicadores en los estudios actuariales 34
8.3 Statu quo versus reformas 35
8.4 Tasa de descuento en el cálculo del valor presente esperado 35
8.5 Tipos de flujos 36
8.6 Cinco tipos de análisis actuarial 37
9. Heterogeneidad 42
10. Próximos pasos 44
Referencias 46
Anexo 1: La equivalencia entre tasas de riesgo y probabilidades 49
Anexo 2: Probabilidades en el modelo 51
Anexo 3: Expansión de poblaciones y tasas de riesgo 53

INTRODUCCIÓN

Misión

El modelo base busca ser una alternativa en un formato muy transparente (planilla Excel) para proyectar los flujos financieros en los sistemas de pensiones con todas sus complejidades, con la suficiente precisión y atención a la heterogeneidad de los trabajadores.

Aspectos generales

Para absorber los distintos componentes en los sistemas de pensiones actuales (subsidios, seguros de invalidez y sobrevivencia, componentes de reparto, componentes de beneficio y contribución definida) el modelo base incluye cinco tipos de pensiones:

- Vejez
- Invalidez
- Viudez desde personas activas
- Viudez desde personas pensionadas por vejez
- Viudez desde personas pensionadas por invalidez

Asimismo, incluye seis formas de desacumulación:

- Retiro programado con recalculo anual
- Retiro en monto estable
- Rentas vitalicias
- Beneficio definido
- Aporte adicional del seguro de invalidez y sobrevivencia
- Retiro de fondos por no cumplir requisitos

El modelo contiene también una matriz de heterogeneidad en las historias laborales, para absorber las no linealidades implícitas en las reglas de los sistemas de pensiones y en los análisis de reformas. Esta matriz consiste en dividir cada cohorte en 100 grupos de igual tamaño, en base en el salario y densidad de contribuciones.

Diseño

El modelo base se ha diseñado en forma modular para facilitar su aplicación a distintos sistemas de pensiones. El modelo se puede dividir en tres partes:

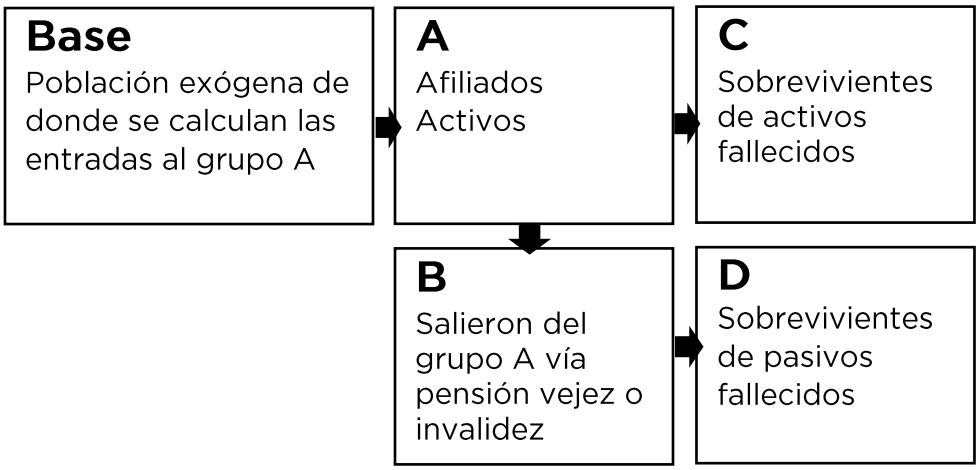
1. Personas (flujo de entrada, de salida y stock):
   - Trabajadores activos

- Trabajadores pasivos
- Personas con pensión de viudez (desde trabajadores activos)
- Personas con pensión de viudez (desde trabajadores pensionados por vejez)
- Personas con pensión de viudez (desde trabajadores pensionados por invalidez)

2. Cuentas de personas activas
   - Saldo en la cuenta principal
   - Salario promedio acumulado
   - Número total de periodos cotizados
   - Cuentas adicionales (los usuarios del modelo pueden agregar cuentas nuevas)

3. Cuentas de personas pasivas
   - Aplicación de la matriz de heterogeneidad para generar una distribución de pensiones
   - Monto de beneficios
   - Número de beneficiados
   - Saldos en las cuentas de pensionados
   - Heterogeneidad de trabajadores, pensiones DB, DC, saldo remanente en la cuenta, subsidios, ajuste pensión mínima, etc…), donde los usuarios se concentrarán al aplicar el modelo.

El esquema general del flujo de personas es:



1. Elementos técnicos del modelo estándar

Evolución del stock de personas

En general, todas las evoluciones de personas siguen el mismo proceso: el Stock final de edad x a diciembre del año t+1 en el grupo (ya sea A, B, C o D) es igual a:

+ Stock inicial (edad *x-1* al 31dic del año *t*) en el grupo

- Salidas durante el año *t+1* desde el stock inicial (todas, incluyendo muertes)

+ Entradas durante *t+1* que tenían edad *x-1* a diciembre en *t* y llegan vivas al 31dic de *t+1.*

Tasas de riesgo

El principal marco conceptual en el modelo es la idea de "eventos esperados=tasa de riesgo * exposición al riesgo". Bajo este marco estricto, se conceptualizan todas las dinámicas del modelo, sin perjuicio de que estás dinámicas finalmente se simplifiquen en términos de probabilidades o proporciones, según se discute en este informe. Ejemplos de dinámicas son la cantidad esperada de nuevas personas beneficiarias de jubilación o pensión, la cesación de beneficios, muertes, nacimientos, etc. Explícita o implícitamente, el número de eventos durante un periodo en particular se entiende como el resultado de una tasa de riesgo (medida en eventos por persona-año de exposición) multiplicada por una cantidad de exposición al riesgo (medida en personas-año de exposición). Esto se discute en la sección 2.

La salida de un grupo puede deberse a varios motivos; por ejemplo, del grupo A se podría salir por jubilación, vejez, invalidez, renuncia, transferencia, despido o muerte. Cada motivo específico, entonces, tiene asociada una tasa de salida específica. La suma de las tasas de salida específica equivale a la tasa de salida total.

Tasas de descuento

Además de cuidar el distingo real/nominal, varios de los análisis e indicadores actuariales (ver sección 8) requieren sumar cifras monetarias reales de años distintos. Para esto se requiere poner los flujos financieramente en un mismo momento del tiempo, pues de otra forma difícilmente son financieramente comparables entre sí. Para ello se requiere una tasa de descuento. Esta tasa refleja distintos fenómenos propios de las finanzas, como son el "valor del dinero en el

tiempo" o "preferencia por liquidez", y el "premio por riesgo". La tasa de descuento, en los análisis e indicadores que requieren sumar cifras monetarias de distintos años, es probablemente la variable más influyente en los resultados. Está es un área de debate muy activo y se discute en la sección 8.3.

Valores reales versus nominales

Si bien el modelo asume que las cifras monetarias se miden en moneda constante de diciembre del último año observado, con lo que las cifras monetarias se entienden como "real" en vez de "nominal", no es difícil agregar inflación. En este caso, los usuarios deben agregar la tasa de inflación a la tasa de descuento usada para llevar las cifras futuras a valor presente.

Horizonte de proyección

El horizonte de proyección es una decisión importante y depende de la pregunta que se desee responder con el modelo. Existen distintos tipos de análisis actuarial (ver sección 8), y en algunos de ellos (como el análisis que en este informe se llama valuación actuarial) el horizonte queda definido por el plazo hasta la extinción de la última obligación de pago probable, mientras que en otros, como el análisis tipo "valor presente esperado de los flujos en modo abierto", que es probablemente el más común en los sistemas de pensiones en la seguridad social, el horizonte lo define el usuario. Ahora bien, en un horizonte de 75 años ya se alcanza un alto grado de estabilidad en las proyecciones de cada año (varios modelos, como el modelo del *Board of Trustees*, USA, 2019, utiliza ese plazo).

Proyección de tasas

El modelo no recomienda una metodología específica para proyectar al futuro las tasas de riesgo ni los otros parámetros del modelo, pero sí recomienda incluir una tabla resumen con estos supuestos y los argumentos que los sustentan al principio de los informes que se elaboren.

Supuestos simplificadores

Las personas que se afilian en un año no se pueden pensionar ese mismo año. Las personas que se mueren en un año no se afilian ni se pensionan ese mismo año. Las personas que entran a recibir pensión de viudez no se mueren ese mismo año.

Modelos por celdas vs. modelos macroeconómicos vs. modelos por microsimulación

Para el modelo se ha optado por un modelo basado en celdas y aplicado a una planilla de cálculo, en vez de un modelo macroeconómico o un modelo de microsimulación. Un modelo macroeconómico entrega cifras muy agregadas que no permiten desagregar las diferentes tendencias que componen la evolución de las cifras, con lo que su rol como herramienta de toma de decisiones en política pública queda disminuido. El modelo de microsimulación, por otra parte, si bien tiene la gran ventaja de ser dúctil a la inclusión de una gran diversidad de historias laborales y socioeconómicas, y a la coexistencia de diversas reglas de pensiones y sistemas de pensiones, resulta involuntariamente poco transparente para los usuarios que no tengan gran familiaridad con el código. Con lo anterior, estos modelos difícilmente son absorbidos y utilizados por personas distintas a aquellas que desarrollan el código. Dado los objetivos del modelo, se optó por un modelo basado en celdas y aplicado a una planilla de cálculo, es decir, un modelo donde los individuos se agrupan en base a un número limitado de variables: sexo, edad, tramo salario, y algunas otras, según lo requieran las reglas de los sistemas de pensiones y las preguntas que se quieran responder con el modelo (al respecto ver el tema “heterogeneidad” en la sección 9).

2. Eventos esperados y valor presente esperado

El principal marco conceptual en el modelo es la idea de "eventos esperados=tasa de riesgo * exposición al riesgo", donde la exposición al riesgo es exógena a la ecuación y la tasa de riesgo es constante. En este contexto, los eventos esperados se pueden entender como el valor medio de la distribución de posibles eventos esperados, y para obtener otros momentos de la distribución (como un intervalo de confianza para la cantidad de eventos futuros) puede suponerse que estos siguen un proceso de Poisson u otro más generalista, como un proceso binominal negativo. El modelo de Poisson es probablemente el más utilizado para conceptualizar probabilísticamente la ecuación 1 (más abajo). Este tema se analiza en detalle en Macdonald et al. (2018).

Una vez que se tiene una serie de eventos esperados, a estos se les puede asignar un valor monetario, y luego traer estos valores a valor presente, con lo que se obtiene un valor presente esperado.

Es muy importante manejar con claridad estos conceptos, los que se discuten a continuación:

2.1 La tasa de entrada y salida a cada grupo en el modelo son todas tasas de riesgo. Una tasa de riesgo se interpreta como la razón esperada entre eventos y exposición. Si se conoce la tasa y la exposición, se puede conocer la cantidad esperada de eventos. Las tasas de riesgo se pueden estimar dividiendo el número de eventos observados por la cantidad observada de personas-año de exposición al riesgo. Hacia el futuro, los supuestos que se hagan sobre la evolución de las tasas de riesgo lógicamente serán importantes para los resultados.

2.2 La probabilidad y la tasa de riesgo están íntimamente relacionadas. Es importante entender la diferencia entre tasa de riesgo y probabilidad, la cual se discute en el Anexo 1.

2.3 La exposición al riesgo son las personas-año que han estado expuestas o estarán expuestas a la ocurrencia del evento. Nótese la unidad de medida: personas-año. En el modelo, la proyección de personas-año se hace utilizando el supuesto simplificador 3: se toman las personas expuestas al principio del periodo (por ejemplo, a diciembre de 2019) y las personas expuestas al final del periodo (diciembre de 2020), y se saca el promedio entre ellas, el cual representa el número de personas que en promedio estuvo expuesta al riesgo durante el periodo de exposición. Finalmente, se

multiplica este promedio por la duración del periodo de exposición (en nuestro ejemplo, 1 año) para obtener las personas-año de exposición al riesgo durante el periodo para el cual se desea estimar el número esperado de eventos.

2.4 Entonces, si la tasa se mide en eventos por persona-año y la exposición se mide en personas-año, el número esperado de eventos durante el periodo es, en el modelo estándar:

$$\boldsymbol{eventos\ esperados} = tasa * \frac{expuestos\ al\ inicio + expuestos\ al\ final}{2} \qquad \textbf{[Eq. 1]}$$

2.5 Es importante notar en la Ecuación 1 que se requiere conocer la población expuesta al principio y al final del periodo. En el modelo esto se logra porque se tiene una población base exógena, para calcular la entrada al grupo A, y luego los cálculos se hacen en forma recursiva desde las edades más jóvenes hacia las mayores, aplicando los supuestos simplificadores 1 y 2. Con ello, en el modelo siempre se conoce la población expuesta al inicio y al final.

2.6 La construcción de la población base no se incluye en el modelo estándar, pero es importante conocer la forma en que esta se construye. Típicamente la población base es la proyección demográfica hecha por las instituciones correspondientes en el país o hecha por el Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía (CELADE). En la proyección de la población base no se conoce la población expuesta al final del periodo. Por tanto, acá no se puede usar la Ecuación 1. Aquí se calcula la "proporción de la población inicial que sobrevive hasta el final del periodo", utilizando la tabla de mortalidad y asumiendo un principio (que se cumple con exactitud si la población es estable): que la proporción de personas que sobrevive es igual a la proporción de personas-año en la tabla de mortalidad (ver más detalles en Anexo 1).

3. Proyección del stock de grupo A y B

Al proyectar el año t+1 en el modelo estándar, se entiende que todos los valores relevantes del año t ya están definidos. Ahora bien, por cuanto la "población base que no está en A ni en B" es la que se expone a entrar al grupo A, es necesario proyectar el grupo A y B, simultáneamente.

Existen aplicaciones del modelo en que el grupo A es constante (o es una proporción constante de la población, o de la población joven o de la población mayor); estos casos se discuten en la subsección 3.C.

El proceso para definir los stocks de grupo A y B a diciembre del año t+1 es recursivo y se define en los siguientes pasos:

3.1 Definir el primer tramo de edad donde puede ocurrir entrada al grupo A. En este reporte se toma, como ejemplo, que ello ocurre en el tramo de 18 años[5]. De esta forma, al final del año t+1 aquellos que hayan entrado a A estarán en el tramo de 19 años. El tramo 19, entonces, es el primer tramo donde, a diciembre, se registra un stock de A.

3.2 Adoptar el supuesto simplificador 1 (ver lista de los tres supuestos simplificadores del punto 1.12): las entradas al grupo A no transitan al grupo B en el mismo año en que entran. Por ello, el tramo 19 años, por ser el primero donde existe stock de A, será el primero donde tengamos entrada al grupo B, y por tanto el tramo de 20 años será el primero donde, a fecha diciembre, se tenga stock de B.

3.3 Utilizando la metodología descrita en la sección 3.A, más abajo, calcular el $StockA_{19,t+1}$ y $StockA_{20,t+1}$, es decir, el stock de grupo A en el tramo 19 años y en el tramo 20 años, a diciembre del año t +1.

3.4 Utilizando la metodología descrita en la sección 3.A, más abajo, calcular el $StockB_{20,t+1}$ y $StockB_{21,t+1}$, es decir, el stock de grupo B en el tramo 20 años y en el tramo 21 años, a diciembre del año t +1.

3.5 Recursivamente, desde el tramo 20 en adelante:

3.5.1 Calcular Stock $N_{20,t+1}$, la población base del tramo 20 años que no está en A ni en B a diciembre del año t+1. Este stock se calcula como: Stock

[5] Cabe recordar que "tramo x años" incluye todas las personas desde edad exacta x a edad un punto menos que x+1, es decir es un continuo de edades en el tramo [x,x+1[.

$N_{20,t+1}$=Población $base_{20,t+1}$-$StockA_{20,t+1}$-$StockB_{20,t+1}$. Con el Stock $N_{20,t+1}$, y dado que se conoce el Stock $N_{20,t}$, se calculan las entradas al grupo A en ese tramo durante el año t+1 (siguiendo la misma metodología de eventos=tasa*exposición que se aplica en todo el modelo). Además, como Stock $A_{20,t+1}$ y Stock $A_{20,t+1}$ ya están definidos, se calculan las salidas del grupo A. Con esas entradas y salidas, se calcula el $StockA_{21,t+1}$ en la misma línea que se calculó el stock en el tramo de los 20 años.

3.5.2 Por cuanto ya se conocen las salidas desde A en el tramo 21 y estas son al mismo tiempo las entradas potenciales hacia B y, adicionalmente, como ya se tiene $StockB_{21,t}$ y $StockB_{21,t+1}$ y de ahí se calculan las salidas desde B, es posible usar esas entradas y salidas para calcular el $StockB_{22,t+1}$ en la misma línea que se calculó el stock en el tramo de los 21 años.

3.5.3 Calcular Stock $N_{21,t+1}$, repetir los pasos 3.5.1 y 3.5.2, y así sucesivamente para todos los tramos de edad.

3.6 Con todo lo anterior, se tienen los stocks de grupo A y B en todos los tramos de edad a diciembre del año t+1.

3.A Metodología para calcular $StockA_{19,t+1}$ y $StockA_{20,t+1}$

En esta subsección se detalla la proyección del stock de grupo A en el año t+1, en el primer y segundo tramo de edad donde es posible que exista stock de grupo A, a diciembre del año t+1.

Paso 0: la proyección de la población base se entiende como exógena:

	diciembre año t	diciembre año t+1
Edad 0	Pob $base_{0,t}$	Pob $base_{0,t+1}$
Edad 1	Pob $base_{1,t}$	Pob $base_{1,t+1}$
...		
Edad 18 (primer tramo de edad con entrada a A)	Pob $base_{18,t}$	Pob $base_{18,t+1}$
Edad 19 (primer tramo de edad con stock de A a diciembre)	Pob $base_{19,t}$	Pob $base_{1,t+1}$
Edad 20	Pob $base_{20,t}$	Pob $base_{20,t+1}$
...		...

Fuente: elaboración propia.

Todas las entradas y salidas a continuación siguen la lógica de la Ecuación 1. Las fórmulas de cada paso se detallan en la Tabla 1.

En el tramo más joven donde puede ocurrir entrada (ejemplo, 18 años):

- **Paso 1:** se calculan las entradas$_{18,t+1}$, es decir, las entradas hacia el grupo A de personas durante el año t+1 de personas que a principio del año t+1 estaban en el tramo de edad 18 (el más joven donde esta puede ocurrir).

En el siguiente tramo de edad (en el ejemplo, 19 años):

- **Paso 2:** se calcula Stock $A_{19,t+1}$, el stock de grupo A en el año t+1. Acá se necesita una "probabilidad de sobrevivir hasta fin de año" (esta se discute en el Anexo 2).
- **Paso 3:** se calculan las salidas desde Stock A_{19} durante el año t+1. Notar que estas son las salidas totales (pudiendo deberse a muerte, despidos, etc.) durante el año t+1 de personas que a comienzo del año t+1 estaban en el tramo 19.
- **Paso 4:** a la población base en t+1 se le resta Stock A_{19} para obtener "stock $N_{19,t+1}$" la población que expone al riesgo de entrar al grupo A medida al 31dic del año t+1.
- **Paso 5:** se calculan las entradas hacia el Stock A_{19} durante el año t+1.

En el siguiente tramo de edad (en el ejemplo, 20 años):

- **Paso 6:** Se calcula Stock $A_{20,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir, la cual se detalla en el Anexo 2.

Tabla 1: Cálculo de Stock $A_{19,t+1}$ y Stock $A_{20,t+1}$

	Diciembre año t		Diciembre año t+1
Edad 0	Pob base$_{0,t}$		Pob base$_{0,t+1}$
Edad 1	Pob base$_{1,t}$		Pob base$_{1,t+1}$
…			
Edad 18 (primera edad con entrada a A)	Pob base$_{18,t}$	(1) Entradas$_{18,t+1}$= $Tasa_ent_{18,t+1} * \frac{Pob_base_{18,t} + Pob_base_{18,t+1}}{2}$	Pob base$_{18,t+1}$
Edad 19			
en A:	Stock $A_{19,t}$	(3) SalidasA$_{19,t+1}$= $Tasa_sal_{19,t+1}$ (5) $* \frac{Stock\ A_{19,t} + Stock\ A_{19,t+1}}{2}$	(2) Stock $A_{19,t+1}$ =Entradas$_{18,t+1}$*prop llega viva al 31dic
en N: (ni en A ni en B)	Stock $N_{19,t}$ = Pob base$_{19,t}$ -Stock $A_{19,t}$	Entradas$_{19,t+1}$= $Tasa_ent_{19,t+1} * \frac{Stock\ N_{19,t} + Stock\ N_{19,t+1}}{2}$	(4) Stock $N_{19,t+1}$ = Pob base$_{19,t+1}$ -Stock $A_{19,t+1}$
Edad 20			
en A:			(6) Stock $A_{20,t+1}$ = Stock $A_{19,t}$ - SalidasA$_{19,t+1}$ +Entradas$_{19,t+1}$*prop llega viva al 31dic
en N:	Stock $N_{20,t}$ = Pob base$_{20,t}$ -Stock $A_{20,t}$ -Stock $B_{20,t}$		

Fuente: elaboración propia.

3.B Metodología para calcular $StockB_{20,t+1}$ y $StockB_{21,t+1}$

En esta subsección se detalla la proyección del stock de grupo B en el año t+1, en la primera y segunda edad donde es posible que exista stock de grupo B.

El primer tramo donde existe stock de grupo A es el primer tramo donde habrá salidas desde el grupo A, las que constituyen posibles entradas al grupo B.

En la hoja anterior, las salidas desde A se etiquetan como "$SalidasA_{19,t}$". Estas salidas desde el grupo A durante el año t+1 pueden descomponerse en cada tipo de salida. Por ejemplo, jubilación, vejez, invalidez, renuncia, despido y muerte. Para proyectar el grupo B se selecciona el tipo de salida que resulte relevante. A continuación, se escoge el tipo de salida "jubilación" para exponer la metodología:

$$Jubilaciones_{19,t+1} = SalidasA_{19,t+1} * (\text{tasa salida por jubilación/tasa salida total})$$

De esta forma, las salidas desde A por jubilación durante el año t+1 que llegan vivas a fin de año son al mismo tiempo la entrada al grupo B que está viva a fin de año.

Ahora bien, las salidas de A (que al mismo tiempo son posibles entradas al grupo B) se dan por primera vez en el tramo 19 (en nuestro ejemplo), y por tanto en tramo 20 será el primero donde habrá stock de B a diciembre de cada año.

Todas las entradas y salidas a continuación siguen la lógica de la Ecuación 1. Las fórmulas de cada paso se detallan en la Tabla 2.

<u>En el tramo más joven donde puede ocurrir entrada</u> (en nuestro ejemplo, 19 años):

- **Paso 1:** se calcula las $Jubilaciones_{19,t+1}$, es decir, la entrada hacia el grupo B durante el año t+1 en el tramo de edad más joven donde esta puede ocurrir. Acá se necesita una probabilidad de tener derecho al beneficio, la cual se detalla en el Anexo 2.
- **Paso 2:** se calcula el stock $B_{20,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir hasta fin de año, la cual se detallan en el Anexo 2.

<u>En el siguiente tramo</u> (en el ejemplo, 20 años):

- **Paso 3:** dado el Stock $B_{20,t}$, y la tasa de salida total desde el grupo B, se calculan las salidas totales desde B_{20} en el año t+1.
- **Paso 4:** se calculan las salidas por jubilación desde A_{20} durante el año t+1, $jubilaciones_{20,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de tener derecho al beneficio, la cual se detalla en el Anexo 2.

<u>En el siguiente tramo</u> (en el ejemplo, 21 años):

- **Paso 5:** se calcula el stock $B_{21,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir hasta fin de año, la cual se detalla en el Anexo 2.

Tabla 2: Cálculo de Stock $B_{20,t+1}$ y Stock $B_{21,t+1}$

	Diciembre año t		Diciembre año t+1
Edad 0			
Edad 1			
...			
Edad 18			
Edad 19			
en A:	Stock $A_{19,t}$	1 Jubilaciones$_{19,t+1}$ = SalidasA$_{19,t+1}$*(tasa salida por jubilación/tasa salida total)	Stock $A_{19,t+1}$
en N:			
Edad 20			
en A:		4 Jubilaciones$_{20,t+1}$	
en B:	Stock $B_{20,t}$	3 SalidasB$_{20,t+1}$= $Tasa_sal_{20,t+1} * \frac{Stock_{20,t} + Stock_{20,t+1}}{2}$	2 Stock $B_{20,t+1}$ =Jubilaciones$_{19,t+1}$ *prop llega viva al 31dic
en N:			
Edad 21			
en A:			
en B:	Stock $B_{21,t}$		5 Stock $B_{21,t+1}$ = Stock $B_{20,t}$ - SalidasB$_{20,t+1}$ + Jubilaciones$_{20,t+1}$* prop llega viva al 31dic
en N:			

Fuente: elaboración propia.

3.C Nota: Casos especiales del grupo A

La sección 8 discute distintos tipos de análisis actuarial. Aquellas más comunes en el análisis de pensiones de la seguridad social son "abiertas", es decir, incluyen los ingresos y egresos futuros generados no solo por los afiliados y jubilados/pensionados actuales, sino también de afiliados que a la fecha de afiliación aún no se han afiliado al grupo A (y quizás no han nacido), pero lo harán

en el futuro. Ahora bien, dentro de los análisis abiertos, en las aplicaciones revisadas para el modelo se encontraron los siguientes casos:

a) Afiliados activos constantes. Acá se asume que las entradas son exactamente iguales a las salidas, tal que el stock de A por tramo de edad permanece constante hacia el futuro. Ello simplifica mucho el modelamiento de A, naturalmente, puesto que todos los stocks de A quedan fijos en su valor inicial, y ello también simplifica el cálculo de los stocks del grupo B.

b) Razón constante entre número de afiliados activos y número de adultos mayores en la población base. Este podría ser una aplicación útil para un sistema de pensiones de profesionales de la salud. Acá el stock de grupo A en cada tramo de edad queda definido como una proporción constante del número de adultos mayores en la población base. Básicamente, habiendo calculado y proyectado esas proporciones, estas se aplican a la proyección de la población base para deducir todos los stocks de grupo A.

c) Razón constante entre número de afiliados activos y número de personas menores de 18 años en la población base. Acá el stock de grupo A en cada tramo de edad queda definido como una proporción constante del número de menores de edad en la población base. Este podría ser una aplicación útil para un sistema de pensiones de profesionales de la educación. Nuevamente, habiendo calculado y proyectado esas proporciones, estas se aplican a la proyección de la población base para deducir los stocks de grupo A.

d) Razón constante entre número de afiliados activos y número de personas en el mismo tramo de edad en la población base. Acá el stock de grupo A en cada tramo de edad queda definido como una proporción constante de la población base en ese tramo de edad. Nuevamente, habiendo calculado y proyectado esas proporciones, estas se aplican a la proyección de la población base para deducir los stocks de grupo A.

Finalmente, la sección 8 discute distintos tipos de análisis actuarial. Varias de ellas son “cerradas”, es decir no incluyen los ingresos y egresos generados en relación con afiliados futuros, que son personas que a la fecha de afiliación aún no se han afiliado al grupo A, pero lo harán en el futuro. Es decir, los análisis cerrados son aquellos que no consideran entrada, lo que nos lleva a otro caso especial:

e) Cero entradas al grupo A. En el modelo esto se configura asignado haciendo “cero” todas las tasas de entrada al grupo A.

4. Proyección del stock de grupo C

4.1 En esta etapa, todos los stocks del grupo A en el año t+1 ya están determinados.

4.2 Este caso es en cierta forma más simple que el de la proyección de los stocks de A y B, porque el flujo de nuevas sobrevivencias desde el grupo A no necesita ser modelados en conjunto con otros grupos, y además cada tipo de sobrevivencia (viudez, orfandad, padres, etc.) puede en principio modelarse en forma independiente de los restantes tipos de sobrevivencia.

4.3 Si bien los sobrevivientes pueden ser de tipo viudez, orfandad y padres del causante, por ejemplo, el ejercicio que se detalla acá es el de viudez. Luego de estudiar el caso de viudez, se explican los lineamientos para el caso de orfandad al final de la sección.

4.4 El primer tramo donde existe un stock de grupo A (19 años, en nuestro ejemplo) es el primer tramo donde habrán salidas desde el grupo A, las que pueden crear sobrevivencias. En la hoja del grupo A, estas se llaman "Salidas$A_{19,t}$". Estas salidas desde el grupo A durante el año t+1 pueden descomponerse en cada tipo de salida. Por ejemplo, jubilación, término sin muerte (si la jubilación era transitoria, por ejemplo), renuncia a la jubilación, pérdida del derecho (si la jubilación requería pertenecer a un nivel socioeconómico, por ejemplo) y muertes. A continuación, se escoge el tipo de salida "muerte" porque es el que genera pensiones de sobrevivencia:

$$MuertesA_{19,t+1}=Salidas_{19,t+1}*(\text{tasa salida por muertes/tasa salida total})$$

4.5 Aquellas salidas por muertes que generen viudez, donde estas viudeces lleguen vivas a fin de año, se suman al stock de C a diciembre de ese año.

4.6 Importante: debe adoptarse una "tabla de beneficiarios", donde se indica, en virtud del sexo y edad del causante (el afiliado activo que muere), el número y distribución esperada por sexo y edad de los beneficiarios. Una regla simple para viudez es suponer que el beneficiario es 2 años mayor que el causante si este era mujer, y dos años menor si este era hombre, en línea con una regularidad demográfica muy estable a través de las poblaciones humanas. En este informe se sigue esta regla (como ejemplo), y se asume causante mujer y beneficiario hombre, por lo que el beneficiario es dos años mayor que el causante.

Entonces, como el primer tramo con stock de A es el de 19 años, las muertes en este grupo durante el año t+1 generarán viudos que a diciembre de ese año estarán el tramo de 22 años. Por lo tanto, el primer tramo donde existe un stock de grupo C es 22 años, en nuestro ejemplo.

Todas las entradas y salidas a continuación siguen la lógica de la Ecuación 1. Las fórmulas de cada paso se detallan en la Tabla 3.

En el primer tramo donde salen activos por muerte (en nuestro ejemplo, 19 años):

- **Paso 1:** se calcula las Muertes$A_{19,t+1}$, es decir, la posible entrada hacia el grupo C durante el año t+1 en el tramo de edad más joven donde estas muertes pueden ocurrir. Las muertes se corresponden a una proporción de las salidas totales de A, como se muestra en la Tabla 3.

En el primer tramo donde se acumulan viudeces a diciembre de cada año (en nuestro ejemplo, 22 años):

- **Paso 2:** se calcula el Stock $C_{22,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir y una probabilidad de haber generado pensión de viudez, las cuales se discuten en el Anexo 2.
- **Paso 3:** dado el stock $C_{22,t}$, el $C_{22,t+1}$ y la tasa de salida total desde el grupo C_{22}, se calculan las salidas totales desde C_{22} en el año t+1.

En el segundo tramo donde salen activos por muerte (en nuestro ejemplo, 20 años):

- **Paso 4:** se calculan las salidas por muerte desde A_{20} durante el año t+1 (recordar que todos los stocks de A ya están definidos en esta etapa).

En el segundo tramo donde se acumulan viudeces (en el ejemplo, 23 años):

- **Paso 5:** se calcula el Stock $C_{23,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir y una probabilidad de haber generado pensión de viudez, las cuales se discuten en el Anexo 2.

Recursivamente desde el tramo de edad 24 en adelante:

Calcular salidas desde C (paso 3), calcular muertes en A en el tramo "edad-3" (paso 4), y luego calcular Stock $C_{edad,t+1}$ (paso 5).

Tabla 3: Cálculo de Stock $C_{22,t+1}$ y Stock $C_{23,t+1}$

Diciembre año t			Diciembre año t+1
Edad 0			
Edad 1			
…			
Edad 18			
Edad 19 (Mujeres, las causantes)			
en A:	Stock $A_{19,t}$	1 $MuertesA_{19,t+1}$ = $Salidas_{19,t+1}$*tasa salida por muerte/tasa salida total	Stock $A_{19,t+1}$
en B:			
en N:			
Edad 20 (Mujeres, las causantes)			
en A:		4 $MuertesA_{20,t+1}$	
en B:			
en N:			
Edad 21			
Edad 22 (Hombres, los beneficiarios)			
en A:			
en B:			
en N:			
en C:	Stock $C_{22,t}$	3 $SalidasC_{22,t+1}$= $* \frac{Tasa_sal_{22,t+1}}{2} * \frac{Stock_{22,t} + Stock_{22,t+1}}{2}$	2 Stock $C_{22,t+1}$ =$MuertesA_{19,t+1}$ * prop genera viudez * prop llega viva al 31dic
Edad 23 (Hombres, los beneficiarios)			
en A:			
en B:			
en N:			
en C:			5 Stock $C_{23,t+1}$ = Stock $C_{22,t}$ - $SalidasC_{22,t+1}$ +$MuertesA_{20,t+1}$ * prop genera viudez * prop llega viva al 31dic

Fuente: elaboración propia.

Nota para el caso de orfandad:

La metodología para las pensiones de orfandad es muy parecida a la de viudez. Naturalmente, se usa una probabilidad de generar orfandad en vez de una probabilidad de generar viudez, y la "tabla de beneficiarios" se refiere a las orfandades en vez de a las viudeces.

Una primera alternativa para la tabla de beneficiarios puede obtenerse de una encuesta de hogares, tabulando los hijos por edad de la madre o padre, según sea el sexo de los causantes en el grupo A, y asumiendo que esta tabla es representativa de la situación en las salidas desde el grupo A. Esta tabla puede hacerse agrupando la edad de la madre o padre o de los hijos en grupos de 5 o 10 años si es necesario. De esta forma, por cada muerte de un causante mujer de 30 años, por ejemplo, podrían tenerse 0.15 hijos varones de 0 años, 0.17 hijos mujeres de 0 años, 0.16 hijos varones de 1 año, etc...., pudiendo la suma total de hijos ser mayor que uno; estos hijos representarían entradas al grupo C-orfandad. Debe notarse que sería bueno comparar estás estadísticas de hijos con las de la población base, si bien aquella es un subgrupo no aleatorio de esta, y por tanto podrían diferir sustancialmente.

Además, muchas legislaciones restringen las pensiones de orfandad a una edad máxima de 18 años o 24 años si son estudiantes. En este caso, en el modelo estándar, las salidas en el tramo 18 o 24 simplemente igualan al stock inicial de 18 o 24 que llega vivo a fin de año. Para separar los vencimientos 18 de los 24, se puede asumir un cierto porcentaje de matrícula en educación.

Finalmente, cabe destacar que para este grupo de orfandades necesitaríamos dos tablas de beneficiarios: una para recoger la dinámica de orfandades en causantes de sexo femenino y otra para los causantes de sexo masculino.

Nota para el caso de beneficios transitorios:

Existen beneficios transitorios. En algunos casos son pensiones de viudez cuando el beneficiario es muy joven, las que por norma podrían tener una duración máxima. En otros casos la transitoriedad se debe al agotamiento de un fondo desde el que se hacen retiros. Puede ser sencillo incluir estos beneficios transitorios en un modelo de microsimulación, pero es difícil hacerlo en un modelo por celdas, como es el caso del modelo estándar.

Una primera solución es tratar el beneficio transitorio como un solo pago. Es decir, calcular el valor presente esperado del beneficio transitorio y asumir que este se da en un pago único, al momento en que se crea el beneficio. Esta es la alternativa sugerida como primera aproximación en el modelo estándar.

Otra opción es generar una hoja de cálculo por año de finalización. Es decir, agrupar todos los beneficios creados del año según el año en que finalizan y poner cada uno de esos grupos en una hoja de cálculo aparte. Sin embargo, esto puede llegar a ser engorroso.

El caso de los beneficios transitorios es un tema en desarrollo dentro del proyecto modelo BID.

5. Proyección del stock de grupo D

5.1 En esta etapa, todos los stocks del grupo B en el año t+1 ya están determinados.

5.2 Esta sección se concentra en el caso de viudez, abordando el caso de causante mujer y beneficiario hombre dos años mayor, al igual que en el grupo C. Esta proyección es prácticamente igual a la realizada para el grupo C; la única diferencia es que los causantes son grupo B en vez de grupo A. En relación con ello, el primer tramo donde hay stock del grupo B a diciembre de cada año es, en nuestro ejemplo, el de 20 años (en grupo C-viudez el primer tramo era 19 porque ese el primer tramo con stock grupo A).

Todas las entradas y salidas a continuación siguen la lógica de la Ecuación 1. Las fórmulas de cada paso se detallan en la Tabla 4.

En el primer tramo donde salen pasivos por muerte (en el ejemplo, 20 años):

- **Paso 1:** se calcula las Muertes$B_{20,t+1}$, es decir, la posible entrada hacia el grupo D durante el año t+1 en el tramo de edad más joven donde esta puede ocurrir.

En el primer tramo donde se acumulan viudeces a diciembre de cada año (en el ejemplo, 23 años):

- **Paso 2:** se calcula el Stock $D_{23,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir y una probabilidad de haber generado una pensión de viudez, las cuales se detallan en el Anexo 2.

- **Paso 3:** dado el stock $D_{23,t}$, y la tasa de salida total desde el grupo D, se calculan las salidas totales desde D en el año t+1

En el segundo tramo donde salen pasivos por muerte (en el ejemplo, 21 años):

- **Paso 4:** se calculan las muertes desde B durante el año t+1 (notar que todos los stocks de B ya están definidos en esta etapa).

En el segundo tramo donde se acumulan viudeces (en el ejemplo, 24 años):

- **Paso 5:** se calcula el Stock $D_{24,t+1}$. Acá se necesita una probabilidad de sobrevivir y una probabilidad de haber generado una pensión de viudez, las cuales se detallan en el Anexo 2.

Recursivamente desde el tramo de edad 25 en adelante:

Calcular salidas desde C (paso 3), calcular muertes en A en el tramo "edad-3" (paso 4), y luego calcular Stock $D_{edad,t+1}$ (paso 5).

Tabla 4: Cálculo de Stock $D_{23,t+1}$ y Stock $D_{24,t+1}$

Diciembre año t			Diciembre año t+1
Edad 0			
Edad 1			
…			
Edad 18			
Edad 19			
Edad 20			
en A:			
en B:	Stock $B_{20,t}$	1 MuertesB$_{20,t+1}$ = Salidas$_{20,t+1}$*tasa salida por muerte/tasa salida total	Stock $B_{20,t+1}$
en N:			
Edad 21			
en A:			
en B:		4 MuertesB$_{21,t+1}$	
en N:			
Edad 22			
Edad 23 (Hombres, los beneficiarios)			
en A:			
en B:			

en N:			
en C:			
en D:	Stock $D_{23,t}$	3 $SalidasD_{23,t+1} = Tasa_sal_{22,t+1} * \frac{Stock_{23,t} + Stock_{23,t+1}}{2}$	2 Stock $D_{23,t+1}$ =$MuertesB_{20,t+1}$ * prop genera viudez * prop llega viva al 31dic

Edad 24 (Hombres, los beneficiarios)			
en A:			
en B:			
en N:			
en C:			
en D:			5 Stock $D_{24,t+1}$ = Stock $D_{23,t}$ +$MuertesB_{21,t+1}$ * prop genera viudez * prop llega viva al 31dic - $SalidasD_{23,t+1}$

Fuente: elaboración propia.

La misma nota para el caso de pensiones de viudez transitoria y de orfandad discutida en el grupo C aplica acá.

6. Proyección de salarios y pensiones con heterogeneidad

En el modelo, tanto los salarios promedio como el monto de las pensiones se entienden como representativos montos promedio mensuales (en este informe se usa la expresión "pensión" para referirse al pago mensual que recibe un trabajador pasivo).

El concepto de salario en el modelo es el de salario incondicional, es decir, el salario al margen de si cotiza o no. Lo que observamos en los datos es el salario cotizado promedio (que podemos llamar "salario *condicional* en haber cotizado"), el cual depende de la distribución de afiliados, densidades y salarios incondicionales.

En la literatura económica, el elemento fundamental tras el crecimiento de los salarios promedio es un supuesto explícito sobre la tasa de crecimiento de la productividad por trabajador. Con este supuesto más la proyección de población base, se proyecta el crecimiento del PIB. Luego se asume que la proporción del PIB que obtiene el factor trabajo ("*labor share*") se mantiene constante, y de allí se obtiene la fracción del PIB total que va a los trabajadores, la cual se divide por la población para obtener el crecimiento del salario promedio. Esta perspectiva aparece con claridad sobre todo en el modelo ILO.

Puede demostrarse que, con el método descrito, la tasa de crecimiento de los salarios es igual a la tasa de crecimiento de la productividad por trabajador:

a. Trabajadores (viene de la demografía y el mercado laboral)

b. Productividad (producto por trabajador)

c. PIB=a*b

d. Proporción del PIB que corresponde al factor trabajo (labor share)

e. Salario real=c*d/a=a*b*d/a=b*d => si "d" está constante, luego el crecimiento del salario real es igual al crecimiento de la productividad.

En los análisis tipo "valuación actuarial" (ver sección 8), el foco está en pensiones ofrecidas directamente por el empleador, las cuales se caracterizan por historias laborales homogéneas (básicamente, ingresar-contribuir 100% de los meses-salir), y por la disponibilidad de información de gran riqueza sobre la historia laboral pasada de cada trabajador incluido en la valuación. En suma, se tiene bastante información sobre los valores acumulados: saldo real o nocional en una cuenta, número de contribuciones realizadas y salario promedio de los últimos años; y además se puede proyectar una historia muy homogénea. De ahí que las pensiones promedio se puedan proyectar en forma claramente vinculada a las

historias laborales y, por lo mismo, la información conocida en las historias laborales tenga un vínculo cuantitativo preciso con las pensiones promedio claramente modelado. Acá igualmente es necesario contar con tablas de beneficiarios potenciales, según sexo y edad del causante, para calcular el valor presente esperado de los beneficios.

En los análisis de tipo "valor presente esperado (cerrado o abierto)" (ver sección 8), muy comunes en sistemas de pensiones públicas, las historias laborales son muy diversas y normalmente no se tiene información de los valores acumulados, ni a nivel individual ni agregado. Por ello, el vínculo entre la proyección de las pensiones promedio y la evolución de las variables laborales se establece a nivel de tasas de reemplazo observadas promedio, solamente, planteando el monto de las pensiones como una proporción del salario promedio en el tramo de edad donde se originan las pensiones. En pocas palabras, existe acá una suerte de "divorcio" entre el monto de las pensiones y las historias laborales. Esta tasa de reemplazo observada promedio normalmente varía según el tramo de edad-sexo del causante: el modelo genera salidas por pensiones en cada tramo de edad, de donde surge la posibilidad de fijar una tasa de reemplazo para cada tramo de edad. Las diferencias en las tasas de reemplazo por tramo de edad pueden capturar diversos fenómenos, como las reglas de jubilación anticipada.

El modelo asume que el monto de cada pensión se mantiene constante en términos reales. Otro tipo de ajuste debe incluirse modificando el modelo.

El monto promedio de las pensiones al 31 de dic del año t+1, finalmente, se obtiene como el promedio ponderado de a) monto promedio del stock anterior, actualizado y b) monto promedio de las entradas del año, donde los ponderadores son la proporción del stock final que viene del stock anterior y la proporción que viene de las entradas:

$$\mathbf{MP_stockB_{70,t+1}} = (MP_stockB_{69,t+1} * \text{reajuste real}_{69,t+1} * stockB_{60,t} \text{ que sigue viva un año después} + Salario_stockB_{69,t+1} * \text{Tasa reemplazo}_{69,t+1} * EntradasB_{69,t+1}) / stockB_{70,t+1}$$

[Eq. 2]

donde "MP" corresponde al monto promedio y se ha usado el tramo edad 70 como ejemplo.

Las nuevas pensiones del grupo C y D se fijan usando la tasa de reemplazo o con otra metodología (es posible que, para algunos, la pensión resultante caiga por

debajo de un monto mínimo, en cuyo caso el modelo recomienda modelar estos grupos por separado, como se discute en la sección 9).

Es importante notar que subyace a la Ecuación 2 el que las salidas son aleatorias (dentro de un mismo tramo de edad), y por ello la salida no introduce un cambio en el salario promedio del stock original.

7. Proyección del flujo anual de ingresos y egresos totales

En resumen, una vez calculados los stocks de cada grupo a diciembre de cada año proyectado, y los montos promedio de salario y de pensiones durante cada año proyectado, se calculan las contribuciones totales anuales y el gasto total en beneficios (pensiones) en el mes de diciembre de cada año, de donde se interpola linealmente entre diciembres para calcular la contribución y gasto promedio durante el año.

El cálculo de los totales anuales de contribuciones y gasto en el modelo se hace:

7.1 Primero, se obtiene el promedio mensual del número de contribuciones esperadas y del número de pensiones esperadas durante el año t+1. Esto se calcula como el promedio de dos diciembres consecutivos.

7.2 Luego, se multiplica el promedio mensual del número de contribuciones por el salario promedio del año t+1 y la tasa de contribución, para obtener el monto total promedio esperado de las contribuciones mensuales (si el modelo incluye densidad de contribuciones, también deben multiplicarse aquí). El total anual corresponde al mensual multiplicado por doce. Y para actualizarlo a fecha de diciembre, se multiplica por (1+r/2), donde "r" es la tasa real anual de actualización.

7.3 Y, se multiplica el promedio mensual del número de pensiones por el monto promedio de estos beneficios en el año t+1, y por el número de pagos en un año (que pueden ser 12, 13 o incluso 14, dependiendo de las reglas del sistema) para obtener el gasto total esperado anual. Y para actualizarlo a fecha de diciembre, se multiplica por (1+r/2), donde "r" es la tasa real anual de actualización.

Las siguientes tablas resumen el proceso.

Tabla 5: Flujo anual de contribuciones

Contribuciones esperadas total anual			2019**	2020	2021	...
Grupo A	A	Stock total de A en diciembre				
	B	Salario promedio*				
	C	Tasa contribución (15% por ejemplo)				
	$d=(a_t+a_{t-1})/2$	Stock promedio de A				
	b*c*d*12 *(1+r/2)	Contribución total anual (en MM):				

Fuente: elaboración propia. *Si el modelo incluye densidad de contribuciones, también deben multiplicarse aquí. ** ultimo observado.

Tabla 6: Flujo anual de gasto

Gasto en pensiones total anual			2019**	2020	2021	...
Grupo B, C o D	A	Stock total del grupo en diciembre				
	B	Beneficio promedio del grupo				
	C	Número de pagos anuales (13 por ejemplo)				
	$d=(a_t+a_{t-1})/2$	Stock promedio del grupo				
	b*c*d*(1+r/2)	Gasto total anual (en MM):				

Fuente: elaboración propia. ** ultimo observado.

8. Cinco tipos de análisis actuarial

La siguiente tabla lista contiene la lista de los cinco tipos de análisis a discutir en esta subsección:

Tabla 7: cinco tipos de análisis actuarial

Tipo de análisis	Población	Uso	Aplicable con el modelo estándar
1. Liquidación	Cerrada	Compañías de seguros y, a veces, en sistemas de empleador*.	Hasta cierto punto, porque es un análisis caso a caso.
2. Valuación Actuarial	Cerrada	En sistemas de empleador*.	En la medida en que la diversidad de historias laborales pueda resumirse en un grupo reducido de historias laborales.
3. Valor presente esperado de los flujos, cerrado	Cerrada	En sistemas de empleador*. Y en sistemas públicos cuando no se incluye solidaridad intergeneracional.	Sí
4. Valor presente esperado de los flujos, abierto	Abierta	El más común en sistemas públicos, especialmente cuando se incluye solidaridad intergeneracional.	Sí
5. Modelo sueco	Abierta	Principalmente en Suecia, en su sistema público (Boado-Penas et al., 2011).	Sí

Fuente: elaboración propia. *Sistemas de empleador= pensiones ofrecidas directamente por el empleador ("ocupacionales" si son empresas, o "institucionales" si son instituciones públicas; la diferencia estriba en la regulación y en el análisis de que son objeto).

8.1 Introducción

Buena parte de los análisis actuariales que se hacen en sistemas de pensiones de empleador tienen por objeto establecer los pasivos que pueden atribuirse a la empresa o institución a fecha del estudio. Ello, con el objetivo final de asegurar una mínima sustentabilidad del sistema. Este ejercicio de atribuir un pasivo se hace desde una perspectiva contable, y así la principal norma en esta materia está contenida en la Norma Internacional Contable N19. Este ejercicio se llama

"valuación actuarial". Para las personas ya jubiladas o pensionadas, el cálculo de los pasivos atribuibles corresponde básicamente al valor presente de la anualidad, pero para los afiliados activos el pasivo atribuible a fecha actual es más discutible. Posiblemente, el principal aporte de la norma NIC 19 es la estandarización de este cálculo y en coherencia con otros sistemas usados para la tributación, la información comercial y la regulación financiera. Como se mencionó, la valuación actuarial es el análisis más común en sistemas de pensiones de empleador (ver una encuesta de modelos en Menard et al., 2012).

Sin embargo, en sistemas de pensiones en la seguridad social, la idea comercial-contable-regulatoria de los pasivos atribuibles a fecha del estudio puede resultar distante de la naturaleza de un sistema de seguridad social. Estos esquemas públicos de pensiones suelen tener un objetivo de solidaridad intergeneracional. Una buena discusión sobre el balance entre auto financiamiento y solidaridad intergeneracional se encuentra en Canadá (2015, páginas 35 y 36). Ahora bien, el objetivo de solidaridad intergeneracional obliga a tomar en cuenta incluso a afiliados activos que se afiliarán (e incluso nacerán) en el futuro; para estresar la importancia del tema "afiliados futuros". Cabe notar que sería difícil atribuir un pasivo a una empresa, hoy, que se deriva de obligaciones contraídas con una persona que quizás ni siquiera ha nacido aún y no tiene, a la fecha del análisis, ningún vínculo con la empresa.

La casi totalidad de los estándares actuariales en pensiones están enfocados en instituciones de orden privado. Para los sistemas de pensiones en la seguridad social, con su heterogeneidad de historias laborales, su falta de datos históricos a nivel individual, su necesidad de evaluación de reformas y su foco en bienestar además de sostenibilidad, se ha ido desarrollando una metodología de análisis un tanto ad-hoc, y si bien existen diversas regulaciones para los modelos sobre estos sistemas, siguen siendo un campo mucho menos estándar que el de las valuaciones actuariales. Una buena discusión sobre este punto se encuentra en Boado-Penas et al. (2011).

Es interesante notar, entonces, como al pasar de análisis de orden privado a análisis de orden público el foco conceptual se traslada en parte desde el presente (cuanto pasivo hoy puede entenderse que tiene una institución) al futuro (como será la situación de las pensiones en el futuro), y además se traslada en parte desde la sostenibilidad (pasivos versus fondo) a otras materias (bienestar, mercado laboral, redistribución). Así, paulatinamente el término "actuariado social" ha ido emergiendo dentro de la práctica actuarial.

El modelo en este informe puede usarse para los diversos tipos de análisis actuarial, si bien su foco son los sistemas de pensiones públicos.

8.2 Indicadores en los estudios actuariales

En todos los análisis actuariales se tiene un foco central en sostenibilidad, si bien en los sistemas públicos también se pretende analizar reformas, impacto en bienestar y distribución de pensiones. Para el análisis de la sostenibilidad, los análisis actuariales combinan los flujos proyectados de ingresos y egresos (que al final del día son la columna vertebral de todos los análisis) con una estimación del valor de mercado de los fondos que el sistema tiene y/o debiera tener a la fecha del estudio. De esta forma, si los pasivos se condicen con los activos, por ejemplo, cumpliendo con un ratio legal de solvencia (también llamado ratio de sostenibilidad o *funding ratio*), puede decirse que un sistema es sostenible o no.

En general existe la idea, recogida en algunas legislaciones, de que un *funding ratio* de en torno a 80% es adecuado para un sistema de pensiones. Ver OECD (2015) para una discusión sobre legislaciones en esta materia. Sin embargo, puede no haber una base sólida para este criterio. Al respecto, una buena discusión sobre este punto se encuentra en AAA (2012).

Además de estos ratios de solvencia y sostenibilidad, que son muy comunes, en los modelos de la seguridad social resultan útiles otros indicadores, como:

- El año en que aparece un "déficit operacional" (el ingreso por contribuciones comienza a ser inferior al egreso por pago de beneficios).
- El año en que el déficit operacional ya no alcanza a ser cubierto con los intereses que genera el fondo de pensiones.
- El año en que el fondo se agota.
- La cantidad de años que se podría financiar con el fondo actual.
- La tasa de contribución sostenible (aquella que impide que se agote el fondo de pensiones dentro del periodo de proyección).
- La tasa de contribución deseada (aquella que mantiene un cierto balance constante entre el financiamiento desde contribuciones y el financiamiento desde intereses del fondo).
- El nivel deseado del fondo (el nivel deseado y constante entre el financiamiento desde contribuciones y el financiamiento desde intereses del fondo).
- La distancia entre la tasa de contribución sostenible y la tasa de contribución actual.
- La razón entre trabajadores activos y pasivos.

- Dentro de un análisis de heterogeneidad, el flujo de subsidios (positivos o negativos, explícitos o implícitos) entre distintos segmentos de la población, y, muy relacionado, la tasa de contribución actuarialmente justa específica de cada segmento.

8.3 Statu quo versus reformas

Es importante tener en mente la fuerza que tiene la idea del statu quo en un análisis de sostenibilidad: se considera preferible respetar todo lo posible el comportamiento actualmente observado, pues la evaluación de sostenibilidad se repetirá muy frecuentemente y así los resultados se irán ajustando a medida que cambie el statu quo. Si se aceptara que cada estudio realizara supuestos alejados del statu quo, los resultados podrían alejarse bastante de la realización futura de los eventos, mientras que al apegarse al statu quo se tiene confianza en que no se alejarán demasiado, y así emergerá una constante pero suave adaptación, sin requerirse nunca ajustes bruscos. En el análisis de reformas o de diseño de un sistema de pensiones, por otra parte, se entiende que estas no se repetirán constantemente, y así es más importante tomar en cuenta cambios futuros en el statu quo actual. Esta diferencia entre el peso del statu quo en evaluaciones periódicas y la necesidad de incorporar tendencias estructurales cuando se evalúan reformas es una de las grandes diferencias entre el actuariado estándar y lo que puede llamarse actuariado social.

8.4 Tasa de descuento en el cálculo del valor presente esperado

Uno de los conceptos centrales en matemáticas financieras es el del valor del dinero en el tiempo. Este concepto postula que el mismo monto monetario tiene distinto valor financiero dependiendo del momento en que se realiza. Por ello, para comparar montos monetarios (sumar, restar, etc….) estos deben estar financieramente ubicados en un mismo momento del tiempo. Para llevar los flujos monetarios a un mismo momento del tiempo, se usa una tasa de descuento. Comúnmente, se entiende que esta refleja una tasa libre de riesgo más un premio por riesgo. Si la tasa es 2% por unidad de tiempo, por ejemplo, luego un dólar hoy equivale a 1.02 mañana y viceversa. Una discusión detallada del concepto de valor del dinero en el tiempo está fuera del alcance de este informe, pero se recomienda a los usuarios del modelo familiarizarse con este tema.

La tasa de descuento está relacionada con la tasa de interés, pero no son el mismo concepto. La tasa de descuento busca hacer financieramente comparables cifras monetarias que se realizan en distintos momentos del tiempo, y la tasa de interés representa la razón a la que se incrementan los fondos de pensiones. Por ejemplo,

en una renta vitalicia, si asumimos una cierta tasa de interés y una cierta tasa de mortalidad, podemos calcular cual sería, bajo esas tasas, la cantidad que debiera reservarse para cumplir, en promedio, con el pago de las rentas al asegurado. Ahora bien, ¿Cuál es el pasivo que puede atribuirse a la institución responsable de los pagos? Si consideramos que esta deberá pagar con total certeza los pagos promedio, entonces este flujo debe descontarse solamente a la tasa libre de riesgo.

Es sumamente importante recalcar que las tasas de descuento que se usan para traer a valor presente los flujos de ingresos y egresos tienen una enorme influencia en los análisis actuariales que realizan estos ajustes por el valor del dinero en el tiempo. De hecho, en lo que a análisis de sostenibilidad se refiere, la tasa de descuento es quizás el supuesto más importante de todo el ejercicio.

Pues bien, hasta ahora ha sido práctica estándar en actuariado para sistemas de pensiones el descontar todos los flujos a las tasas de rentabilidad en que estén invertidos los fondos de pensiones. Recientemente, ha habido grandes debates sobre la tasa de descuento a utilizar. La norma NIC, por ejemplo, ha mantenido su recomendación de descontar los flujos futuros de pagos de pensiones usando las tasas de bonos de alta calidad del país, lo cual puede ser muy discutible (ver Munnell et al., 2014 y Bui y Randazzo, 2015).

Los usuarios del modelo deben tener en mente que existe un gran debate sobre la tasa de descuento para pasivos. Desde el punto de vista de la economía financiera, la tasa de descuento en el mercado para pagos que son virtualmente ciertos es básicamente la tasa libre de riesgo, no las tasas de rendimiento de los fondos de pensiones. Subyace a ello la idea de que el valor de un portafolio de activos financieros no depende de su estructura de financiamiento, ver Modigliani y Miller (1958 y 1961) y por tanto los aportes y los pagos de beneficios podrían tener cada uno su propia tasa de descuento, visión contrapuesta al enfoque centrado en el fondo de pensiones que hasta ahora se usa en actuariado. Se recomienda fuertemente a los usuarios leer la literatura relacionada (*The Ambachtsheer Letter* 2016 & 2018, AAA&SOA 2006, Kortleve et al., 2006 y Day, 2003, por nombrar algunos).

El modelo no hace una recomendación para una tasa específica, pero si recomienda, con un espíritu conservador, utilizar la tasa más baja posible para los pasivos. Y para las contribuciones correspondería una tasa de descuento más alta.

8.5 Tipos de flujos

Para la exposición de los tipos de análisis actuariales es útil clasificar los flujos en la siguiente forma:

Tabla 8: Clasificación de los flujos en el modelo estándar

Egresos	**Grupo**	**VPE**
Stock actual de pensiones (a diciembre de 2019)	B	(1)
	C y D	(2)
Nuevas pensiones desde actual stock B	D	(3)
Nuevas pensiones desde actual stock A	B	(4)
	C y D	(5)
Nuevas pensiones desde A futuro (i.e., que se afilian en el futuro)	B	(6)
	C y D	(7)
Ingresos	**Grupo**	
Contribuciones desde A actual	A	(8)
Contribuciones desde A futuro	A	(9)

Fuente: elaboración propia.

Cada uno de estos flujos puede ser llevado a valor presente esperado (VPE), con lo que se tiene (1), (2), ..., (9).

8.6 Cinco tipos de análisis actuarial

1. Liquidación: Corresponde, con ciertos matices y subclasificaciones dependiendo de cada legislación, a evaluar el precio de liquidar en forma inmediata el sistema de pensiones, transfiriendo todas las obligaciones a otra compañía. Este tipo de análisis busca una evaluación extrema, a precio de mercado, y considera tanto los pasivos ya definidos (VPE 1, 2 y 3) como los derechos ya adquiridos de los actuales contribuyentes, si bien en este último caso, los montos no corresponden necesariamente a VPE 4 y 5 sino que depende de los compromisos, formales o informales, entre las instituciones y los trabajadores en la eventualidad de una liquidación del sistema y por ello es un análisis caso a caso. Este análisis es de naturaleza cerrada (no incluye futuros afiliados). Este tipo de análisis no se utiliza en los sistemas públicos de pensiones por la distancia conceptual entre la naturaleza del ejercicio y la naturaleza de los sistemas públicos. Según el grado de realismo y completitud en el análisis de liquidación, la ASB (2019) divide estos análisis en *solvency*, *wind up*, y *partial wind up*.

2. Valuación actuarial contable. Este análisis es cerrado y busca atribuir al año en curso las obligaciones por pensiones que podría entenderse que ya ha absorbido la institución. El horizonte de proyección llega hasta la extinción del último pago de beneficios. En cuanto a las obligaciones ya definidas (VPE 1, 2 y 3) el cálculo es baste claro, pero para VPE 4 y 5 existen diversos

enfoques. Para comprender el espíritu de este tema es útil el siguiente ejemplo: digamos un sistema que promete US$500 mensuales a todo trabajador que alcance 30 años de contribuciones y cero si no los alcanza; pues bien, si todos los trabajadores de la empresa tienen hoy 29 años de contribuciones y por tanto nadie ha adquirido aún el derecho a la jubilación, ¿qué pasivo puede entenderse que tiene la empresa a fecha del análisis? Sin duda atribuir un monto de "cero" pone un riesgo de sostenibilidad y por eso se requiere un criterio más conservador.

Para enfrentar esto existen diversos criterios, llamados *actuarial cost methods*. En todos ellos el pasivo total esperado a partir de los actuales afiliados activos es el mismo (VPE 4 y 5) y se modela como fruto de la mortalidad, los despidos o renuncias ("términos"), los años de servicio y el crecimiento de los salarios. Lo que diferencia a cada método actuarial de costo es la forma como se va atribuyendo este pasivo a través de la vida laboral de estos. Una exposición detallada del tema se encuentra en Winklevoss (1977). Al costo que se atribuye a cada año se le llama costo normal (*normal cost* o *service cost*). Los métodos de costo actuarial se pueden clasificar en dos grandes grupos: aquellos donde se usa la trayectoria de beneficios adquiridos como guía para la trayectoria de atribución de pasivos (llamados pasivos devengados, o *accrued liabilities*), y aquellos donde se usa la trayectoria de contribuciones para atribuirlo. La Tabla y Figura 6-1 en Winklevoss (1977), incluida en el Anexo 4, muestra un buen resumen de este tema.

Quizás el método más común en valuaciones actuariales de pensiones ocupaciones es el que se recomienda y explica en la norma internacional contable NIC 19, llamado "unidad de crédito proyectada" (entre otros nombres equivalentes), el cual se basa la trayectoria de beneficios devengados para generar una trayectoria de atribución de pasivos. La norma NIC 19, en todo caso, persigue además objetivos propios del ejercicio de la contabilidad antes que estar solamente enfocada en la valuación actuarial en sí. Al margen de ello, en sistemas de pensiones públicos es más común el método que puede llamarse "prima media", el cual sigue la trayectoria de contribuciones para atribuir los pasivos (ver Chen & Matkin, 2017, para una revisión de métodos utilizados en 150 sistemas estatales y subestatales en USA). La elección del método más conveniente dependerá de las reglas de los sistemas de pensiones, de los objetivos de la regulación y del resto de la regulación contable/tributaria/financiera.

Entonces, las obligaciones pueden separarse en dos grupos: aquellas ya definidas (el stock de pensiones a fecha de evaluación, VPE 1, 2 y 3), y aquellas a generarse en el futuro a partir del actual stock A (VPE 4 y 5). En este último caso, es donde se requiere un método para atribuir a la institución los pasivos ya devengados. El método de "prima media" puede consiste en calcular el porcentaje fijo de las contribuciones a través de la vida laboral que, dado los supuestos que gobiernan el modelo, financiaría en forma exacta los pasivos (4) y (5) y entender dicho porcentaje de las contribuciones del año como los pasivos adquiridos en ese año por la institución. Al pasivo ya atribuido en años anteriores se le llama *accrued actuarial benefits* y al pasivo atribuido durante el año en curso se le llama costo corriente o costo normal (*normal cost*). Si la prima media se entiende no como un porcentaje fijo sino como un porcentaje que podría ir cambiando en el tiempo, se le llama prima media escalonada.

3. Valor presente de los flujos modo cerrado. Este análisis se obtiene directamente del modelo. Este análisis se usa ocasionalmente en los sistemas públicos de pensiones. Es un análisis cerrado, cuyo horizonte de proyección llega hasta la extinción del último pago de beneficios. Al ser cerrado, este análisis está libre de supuestos sobre el comportamiento de los futuros afiliados.

   El cálculo central de este análisis consiste básicamente en sumar los valores presentes esperados de todos los flujos sin incluir a los afiliados futuros: VPE8 menos la suma de VPE1, 2, 3, 4 y 5. El monto resultante se compara con el valor de mercado (a fecha de análisis) de los fondos de pensiones, de donde puede calcularse un "ratio de sostenibilidad" y además puede calcularse una tasa de contribución sostenible, es decir, aquella que hace que el valor presente de los flujos más el valor del fondo sea igual a cero o a un mínimo aceptable.

4. Valor presente de los flujos modo abierto. Este análisis se obtiene directamente del modelo estándar. Es el más usado en sistemas públicos de pensiones. Este análisis es muy parecido al anterior, solo que se incluyen los futuros afiliados, es decir, se busca calcular VPE8 +VPE9 menos la suma de VPE1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

   Ello permite analizar sostenibilidad y tasas de contribución sostenible tal como en el análisis anterior.

Si bien se deben asumir supuestos sobre el comportamiento de los futuros afiliados, gracias a ello puede realizarse un análisis integral de todos los flujos y tomar en cuenta transferencias intergeneracionales. El sistema de pensiones públicas canadiense, por ejemplo, se fija un objetivo de financiamiento intergeneracional equilibrado (ver discusión en Canadá, 2015).

5. Modelo sueco: Este modelo se usa solo en Suecia, pero representa una alternativa muy interesante para realizar una suerte de "valuación actuarial abierta". Desde el modelo se puede obtener este ejercicio.

   Este modelo, discutido en detalle en Boado-Penas et al. (2011), se basa en asumir una población en total estabilidad (demográfica, laboral, macroeconómica), bajo las reglas del statu quo, y estudiar en ella la sostenibilidad de largo plazo del sistema. Así, el distingo actuales-versus-futuros afiliados pierde un poco el sentido, si bien todavía podemos considerarla abierta porque nadie queda fuera del análisis. En este escenario hipotético, donde no se realiza ningún supuesto sobre el futuro, se juzga la sostenibilidad del sistema, con la idea de que repetirlo muy frecuentemente es mejor que realizar supuestos. "*La principal característica diferenciadora* [...de este *modelo*...] *es* [..que los *activos y pasivos*...] *se valoran sobre la base de hechos verificables, a la fecha de efecto de formulación, es decir, no se realizan proyecciones*" (Boado-Penas et al., 2011).

La siguiente tabla lista contiene un resumen con los cálculos de los pasivos en los cinco tipos de análisis discutidos en esta subsección:

Tabla 9: Cálculo central en cada tipo de análisis actuarial

Tipo de análisis	Cálculo central
1. Liquidación	**Pasivos:** (1)+(2)+(3)+una parte de (4) y (5) a determinar caso a caso
2. Valuación Actuarial	**Pasivos:** (1)+(2)+(3)+una parte de (4) y (5) a determinar con método de "unidad de crédito proyectada" o con método de "prima media"
3. VPE de los flujos, cerrado	**Valor presente: Egresos:** (1)+(2)+(3)+(4)+(5) menos ingresos (8)
4. VPE de los flujos, abierto	**Valor presente: Egresos:** (1)+(2)+(3)+(4)+(5)+(6)+(7) menos ingresos (8)+(9)
5. Modelo Sueco	**Contribución sostenible:** Todos los flujos en un contexto hipotético de total estabilidad

Fuente: elaboración propia.

9. Heterogeneidad

El modelamiento de la heterogeneidad es uno de los principales aportes conceptuales que hace el modelo. La idea es generar una distribución de resultados, no solo el resultado central, para así clasificar a cada cohorte que se pensiona en grupos según requisitos que cumple o no, los montos de las pensiones, y otras variables dependiendo de las características del estudio.

Este es uno de los temas que destacan en actuariado para sistemas de pensiones en la seguridad social. Probablemente, porque en estos casos existe gran heterogeneidad de historias laborales pasadas, de contextos socioeconómicos que demandan un atención especial, de segmentos que son afectados más centralmente por reformas o por cambios en el mercado laboral y por una diversidad de mecanismos de jubilación/pensión. Ello hace recomendable incluir heterogeneidad en los modelos para poder conectar con las distintas preguntas que se desea responder, poder ahondar en los principales fenómenos que explican la evolución de las cifras proyectadas y, muy importante, porque la heterogeneidad suele ser central para simular el impacto de reformas.

La propuesta en este informe resulta de un balance entre simpleza y transparencia, validez conceptual y flexibilidad, tal que pueda ubicarse como un estándar razonable y poco arbitrario para la inclusión de heterogeneidad en una forma ejecutiva, para evaluar el desempeño de los sistemas de pensiones y las posibles reformas que estén en discusión.

En el modelo se agrega una “matriz de heterogeneidad”. En esta se clasifican los afiliados al momento de pensionarse. Cada celda de la matriz contiene a un 1% de los “afiliados al momento de pensionarse” (les llamaremos afiliados por simplicidad). Cada afiliado pertenece necesariamente a un decil de salario de largo plazo y un decil de densidad de largo plazo, y así se ubica en una sola de las 100 celdas de la matriz. La idea en el modelo es usar las características relativas de los individuos para desagregar varias de las cifras principales. Aplicaciones a temas específicos podrían justificar una tercera dimensión a la matriz: la edad de afiliación.

El concepto de densidad de largo plazo se refiere a la densidad promedio de toda la vida afiliada y activa de la persona que se está pensionando. El concepto de salario en el modelo es el de salario incondicional, es decir, el salario al margen de si cotiza, y el concepto de salario de largo plazo se refiere al salario promedio de toda la vida afiliada y activa de la persona que se está pensionando.

Finalmente, en cada celda de la matriz se pueden ubicar varios datos, por ejemplo, la densidad relativa. En ese caso, tendríamos que la densidad relativa de cada

celda promedio es “1”. Otro ejemplo es el salario relativo que, en efecto, más allá de volatilidad en salario y densidad a través de la vida afiliada activa, el saldo relativo que se construya asumiendo constante el salario y la densidad relativos será una buena medida del saldo relativo. Estos tres datos se encuentran contenidos en cada celda de la matriz de heterogeneidad.

Además de la matriz, es posible separar directamente a las personas. Muchos modelos separan las cohortes (por ejemplo, trabajadores en zonas rurales versus en zonas urbanas, trabajadores de salario mínimo versus los demás trabajadores). Estos segmentos se definen según los objetivos del estudio y las reglas del cálculo de pensiones. Este modelo propuesto se puede aplicar de esa forma también. Como ejemplos de subpoblaciones tenemos los siguientes:

- Mujeres/hombres
- Trabajadores con reglas especiales de pensiones por trabajos pesados
- Trabajadores rurales/urbanos
- Trabajadores inmigrantes
- Trabajadores con salario mínimo
- Trabajadores con salarios en cierto intervalo
- Trabajadores por caja de pensiones
- Trabajadores hombres/mujeres
- Subpoblaciones en cambio tendencial: mujeres que incrementan su incorporación al mercado laboral, jóvenes que se aumentan su integración a la educación superior, trabajadores que cambian su configuración de dependencia laboral, adultos donde aumenta la jubilación anticipada, etc.

Cada subpoblación puede tener algunos o todos sus parámetros (tasas de salida y entrada, reglas de pensión) distintos al resto de las subpoblaciones.

10. Próximos pasos

10.1 Explorar una metodología para proyectar parámetros. Al final del día, los supuestos sobre el futuro valor de los parámetros (mortalidad, desempleo, crecimiento de los salarios, jubilación anticipada, etc.) se definen en virtud de consensos, consejos de expertos, parámetros en otros informes, y, en mucho menor grado, el apoyo de metodologías "duras". En este tema, el modelo solo propone ordenar, discutir y transparentar todos los supuestos en una misma tabla o apartado. Sin perjuicio de lo anterior, es recomendable una transición suavizada entre los parámetros observados y los proyectados, y es recomendable vigilar que los supuestos no generen una realidad distorsionada en el largo plazo.

10.2 Generar una propuesta de escenarios. Virtualmente todos los análisis en sistemas de pensiones públicos incluyen un escenario optimista y uno pesimista como una forma cualitativa de incluir un rango de incerteza para las proyecciones. Esta es una forma "cualitativa" para lidiar con situaciones donde la probabilidad asociada es desconocida. Un caso común son los escenarios para la tasa de rentabilidad de los fondos y para las tasas de fecundidad. Ahora bien, tal como en la proyección de parámetros, esta versión del modelo no propone una metodología específica. Una posibilidad de estandarización podría pasar por el uso de elementos estadísticos. Al respecto, es interesante revisar el caso de los "márgenes para desviaciones adversas" (Chandler, 2017, y CIA/SOA 2013). Estos son márgenes porcentuales sobre el valor esperado, los cuales se construyen desde una perspectiva estocástica. De todas formas, el desarrollo actual de este punto de vista recién cubre algunos de los parámetros, y además la naturaleza del ejercicio se basa en una desviación con respecto al escenario central, mientras que el espíritu del uso de escenarios está en asumir un estado estructural antes que una mera desviación. Aun así, este tipo de ejercicio puede proveer un camino generalizable para la configuración de escenarios.

10.3 Incluir elementos estocásticos. El uso de elementos estocásticos es un campo en permanente expansión, más no ha llegado a ocupar un lugar central en los modelos usados en los sistemas de pensiones públicas. En el caso del sistema social de pensiones de EE.UU., se incorporan elementos estocásticos (con cautela y en forma tentativa). En un área relacionada, las proyecciones de población de Naciones Unidas solo muy recientemente han ido incorporando y actualizando una metodología con elementos estocásticos (*World Population Prospects,* methodology, 2017), si bien este caso se cuenta con una gran cantidad de datos, para muchos años y países y en forma estándar.

10.4 Elaborar una guía detallada sobre el estado del arte con respecto a la tasa de descuento. Si bien este tema se discute en la sección 8.3, sería útil para que los usuarios estén más informados en su toma de decisiones con respecto a este punto.

Referencias

[1.] AAA/SOA. Pension Actuary's Guide to financial economics. Joint American Academy of Actuaries/Society of Actuaries Task Force on Financial Economics and the Actuarial Model. 2006.

[2.] AAA, 2012. The 80% Pension Funding Standard Myth. Issue Brief.

[3.] ASB, Actuarial Standards Board of Canada, December of 2019.

[4.] Beers, H. S. 1944. "Six-Term Formulae for Routine Actuarial Interpolation." Record of the American Institute of Actuaries 33: 245–260.

[5.] Beers, H. S. 1945. "Modified-Interpolation Formulae that Minimize Fourth Differences." Record of the American Institute of Actuaries 34: 14–20.

[6.] Boado-Penas, María del Carmen, Ole Settergren y Carlos Vidal-Meliá. El balance actuarial del sistema de reparto. Modelo «sueco» frente a modelo «EE. UU.»: posible aplicación al caso español. Revista española de financiación y contabilidad. Vol. XL, n.º 149 · enero-marzo 2011 · pp. 97-123.

[7.] Board of Trustees, US. The 2019 annual report of the board of trustees of the federal old-age and survivors insurance and federal disability insurance trust funds. 2019.

[8.] Bui, Truong, and Anthony Randazzo. Why Discount Rates Should Reflect Liabilities: Best Practices for Setting Public Sector Pension Fund Discount Rates. Reason Foundation Policy Brief No. 130 September 2015.

[9.] Canada. Office of the Chief Actuary. 27th Actuarial Report of the Canada Pension Plan, 2015.

[10.]Chandler, Doug. CIA/SOA. Marzo 2017. Provisions for Adverse Deviations in Going Concern Actuarial Valuations.

[11.] CIA/SOA. ENERO 2013. Provisions for Adverse Deviations in Going Concern Actuarial Valuations of Defined Benefit Pension Plans.

[12.]Chen, Gang and David S. T. Matkin. Actuarial inputs and the valuation of public pension liabilities and contribution requirements: a simulation approach. Center for Retirement Research at Boston College WP 2017-4 May 2017.

[13.]Day, T. Financial economics and actuarial practice. The Institute of Actuaries of Australia 2003. 18 – 21 May 2003.

[14.] Dickson, M. R. Hardy and H. R. Waters. Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. D. C. M 2009

[15.] Heligman, L. and Pollard, J.H. (1980). The Age pattern of mortality, Journal of the Institute of Actuaries, 107, 49-77.

[16.] Kolmogorov, Andrei N. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Springer, Berlin, 1933. English translation (1950): Foundations of the theory of probability. Chelsea, New York.

[17.] Macdonald, A., Richards, S., & Currie, I. (2018). Modelling Mortality with Actuarial Applications (International Series on Actuarial Science). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/9781107051386.

[18.] Ménard, Jean-Claude, Assia Billig, Florian Léger. Encuesta sobre los informes actuariales y financieros de los regímenes de seguridad social y sus repercusiones legales: resumen de los resultados y conclusiones. ISSA 2012.

[19.] Modigliani, F. & Miller, M.H. (1958). The cost of capital, corporation finance and the theory of investments. American Economic Review, 48, 261-297.

[20.] Miller, M.H. & Modigliani, F. (1961). Dividend policy, growth and the valuation of shares. The Journal of Business, 34.

[21.] Munnell, A, and Jean-Pierre Aubry and Mark Cafarelli, "The Funding of State and Local Pensions: 2013–2017," *Center for Retirement Research at Boston College*, 2014, available at http://bit.ly/1EFBXqJ.

[22.] Niels Kortleve, Theo Nijman, Eduard Ponds (Eds). Fair Value and Pension Fund Management. Elsevier, 2006.

[23.] Preston, Samuel H., Patrick Heuveline, Michel Guillot. Demography Measuring and Modeling Population Processes. Blackwell publishing, 2001.

[24.] The Ambachtsheer Letter. September 2016 & Agosto 2018.

[25.] OECD Business and Finance Outlook 2015. OECD Publishing, 24-06-2015 - 248 páginas.

[26.] Swanson, David A. and Jacob S. Siegel. The methods and materials of demography. Edited by Elsevier academic press, 2004.

[27.] United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2017). World Population Prospects: The 2017

Revision, Methodology of the United Nations Population Estimates and Projections, Working Paper No. ESA/P/WP. 250.

[28.] Winklevoss, Howard E. Pension Mathematics with Numerical Illustrations. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania, 1977.

[29.] World Population Prospects, The 2017 Revision. Methodology of the United Nations Population Estimates and Projections.

Anexo 1: La equivalencia entre tasas de riesgo y probabilidades

El dominio de este tema es fundamental para modelar sistemas públicos de pensiones. En las "valuaciones actuariales" (ver sección 8), con la claridad y homogeneidad de las historias laborales y personales, basta con las probabilidades y así estas juegan un rol protagónico, pero en los sistemas públicos, con la carencia de datos y diversidad de historias y de fuentes de información, es importante desagregar los eventos en dos componentes claramente identificados: tasa de riesgo y exposición al riesgo.

Tanto las probabilidades como las tasas de riesgo son desarrollos para modelar la posible ocurrencia de un evento incierto, y están profundamente relacionadas. La probabilidad es la proporción *esperada* de las realizaciones de la naturaleza en que ocurre el evento, y la tasa es la razón *esperada* entre el número de eventos y la cantidad de personas-año que se han expuesto a la ocurrencia de estos.

La expresión *esperada* es fundamental. Si tuviéramos infinitas realizaciones del mismo fenómeno azaroso, la proporción de ellas donde se realizara el evento sería exactamente igual a la probabilidad de este; al mismo tiempo, en las muestras finitas e independientes de un fenómeno azaroso, la proporción observada tiende a ser, en promedio, igual a la probabilidad. Si el tamaño de la muestra se agranda, la proporción observada se ubicará cada vez más en torno a la esperada (en otras palabras, su varianza irá tendiendo a cero, un resultado que viene de las leyes de grandes números). En este sentido, la probabilidad es una "proporción teórica" a la cual tienden las realizaciones del evento. La discusión de la tasa esperada sigue las mismas líneas de la probabilidad esperada.

Formalmente, sea X una variable aleatoria representando el tiempo hasta la ocurrencia de un evento. Por su naturaleza, X se entiende que va desde un mínimo de cero hasta un máximo que puede ser infinito. Por ejemplo, la muerte, en cuyo caso X representa la edad al momento de la muerte.

La mayoría, sino todas, las variables aleatorias pueden representarse por una función de distribución de probabilidad (*probability density function*, PDF), siguiendo la teoría de probabilidades originalmente enunciada por Kolmogorov (1950):

Probabilidad de que X se realice entre a y b: $\int_a^b PDF(x)dx$

Tasa de riesgo en el momento exacto "a": $\frac{PDF(a)}{1-\int_0^a PDF(x)dx}$

De las ecuaciones anteriores se aprecia que la probabilidad y la tasa de riesgo provienen directamente de la PDF de la variable aleatoria.

Ahora bien, una comparación exhaustiva entre estas dos perspectivas excede el alcance de este documento, pero es necesario decir que en el análisis de riesgo la perspectiva de la tasa ha resultado más atrayente en el campo actuarial, quizás debido a que descompone la naturaleza del evento en el producto de tasa y exposición, muy en línea con la aproximación intuitiva al modelamiento de la ocurrencia de eventos, y debido también a la forma lineal o fácilmente linealizable del análisis con tasas de riesgo.

Ahora bien, en actuariado es común asumir que las tasas de riesgo se mantienen constantes dentro de un mismo tramo de edad (es decir en el intervalo [x,x+1]. En este modelo, llamado, formalmente, *piece-wise exponential*, puede hacerse la siguiente aproximación:

$$q_x = \frac{{}_1m_x}{1+0.5*{}_1m_x} \qquad \textbf{[3]}$$

Donde ${}_1q_x$ es la probabilidad de que una persona de edad x exacta, a la que aún no ha ocurrido el evento, le ocurra dentro de los próximos doce meses, y ${}_1m_x$ es la tasa de riesgo constante durante ese intervalo de un año. De aquí ${}_1p_x$, la probabilidad, se deriva directamente como $1-{}_1q_x$. (nota: si ${}_1m_x$ no es constante, pero se tiene alguna estimación de su valor promedio durante los próximos doce meses, la aproximación descrita también puede resultar muy precisa).

En la tabla de mortalidad tradicional, se traducen las tasas de mortalidad a probabilidades, y con ellas se proyecta la proporción esperada de personas de edad exacta que sobrevive por los siguientes doce meses. En proyecciones de población, se toma de la tabla de mortalidad la razón entre las personas-año de dos tramos de edad adyacentes y de ahí, asumiendo que la población alcanzó su punto estable, se deduce la proporción de personas en el tramo [x,x+1] que sobrevive por los siguientes doce meses (ver más detalles en Preston et al., 2001).

Anexo 2: Probabilidades en el modelo

En este anexo se aborda la proporción esperada (o probabilidad) de las personas en el tramo de edad x que sobreviven un año completo. "Sobreviven" en forma genérica, pudiendo representar un fallecimiento, pero también una transición hacia pensionarse u otros estados. A continuación, se aplica la discusión al caso de la mortalidad.

En la tabla de mortalidad este concepto es simplemente "$_1p_{50}$", la proporción de las personas con edad exacta 50 que sobreviven un año. En las proyecciones de poblaciones y subpoblaciones, por otra parte, esto se complica porque las personas se ubican en un continuo de edades en el intervalo. Así, las más viejas de ellas cumplen un año más apenas comienza el año que se está proyectando, mientras que las otras lo cumplen hacia el final del año que se está proyectando. Es decir, las personas que están en el tramo 50 a fecha 31 de dic de 2019 atravesarán, cual menos cual más, durante el año siguiente, las tasas de mortalidad de 50 años y de 51 años. Para lidiar con ello se presentan dos opciones:

a) Asumir que las tasas de mortalidad son pequeñas, en cuyo tamaño del grupo se mantiene casi constante durante el siguiente año, y por ello la tasa de mortalidad promedio experimentada sería muy parecida a $(m_{50}+m_{51})/2$. Esta tasa de mortalidad promedio se traduce en una proporción que sobrevive un año usando la Ecuación 3. Este es el método incluido en el modelo estándar.

b) La opción anterior puede no funcionar bien en las edades más viejas, porque las tasas de mortalidad son altas y así el promedio de tasas no es un buen indicador del promedio efectivo que experimenta el tramo 50. La otra opción es asumir que la población está cerca de su distribución estable, lo que permite aplicar un resultado propio de la población estable: la "proporción de personas-año en un tramo" es igual a la proporción de personas en el tramo" (ver Preston et al. 2001). Con ello, el ratio de personas-año en 51/personas-año en 50 en la tabla de mortalidad representa la proporción buscada. En este caso, la Tabla A.1 arroja el mismo porcentaje de 96.612% que en el caso a), indicando que el caso a) es bastante preciso. Incluso a edades superiores, como 80 años, donde la aproximación a) podría ser insuficiente porque cuando la mortalidad es alta los supuestos pierden validez, el calce entre a) y b) es muy alto (91.711% versus 91.730%, respectivamente). Ello se debe a que se ha optado en el modelo por trabajar en edades simples; en cambio, en edades agrupadas, se vería un distingo mayor entre estas cifras.

Tabla A.1

			Tema 1.a		Tema 1.b	
Edad	${}_1q_x$ (*)	${}_1m_x$	Tasa mort. promedio	Probab. sobrevivir un año	Personas año en tabla mort.	Probab. sobrevivir un año
...						
50	0.00372	0.00373	0.00389	0.96612	0.93556	0.96612
51	0.00404	0.00405			0.93193	
...						
80	0.07845	0.08165	0.08647	0.91711	0.45751	0.91730
81	0.08731	0.09129			0.41968	
...						

(*): los ${}_1q_x$ se obtuvieron de la tabla de mortalidad expandida que se encuentre en el archivo Excel adjunto, la cual se construyó con datos de Naciones Unidas para Jamaica sobre mujeres en los años 2015-2020.

Anexo 3: Expansión de poblaciones y tasas de riesgo

El modelo propone trabajar en intervalos de tiempo de un año, lo que redunda en usar edades simples. Ello, precisamente para simplificar el análisis[6]. Con edades y/o grupos agrupados ("*abridged*" o "*grouped*", como de 25 a 29 años y 2015 a 2019, por ejemplo, respectivamente) es difícil adoptar los supuestos simplificadores de este modelo. Sin embargo, en la mayoría de los casos los datos vienen agrupados. Por eso, el modelo incluye esta sección de expansión de poblaciones y tasas de riesgo.

Además, es posible que los datos vengan a una fecha distinta a diciembre de cada año (la población base, por ejemplo, a veces se publica para el 1 julio en vez del 31 de diciembre, como en el caso de las proyecciones de población de WPP, Naciones Unidas). Sin embargo, en muchos casos la simple interpolación lineal entre datos observados (entre dos 1 de julio consecutivos, por ejemplo) es una práctica aceptable para obtener la población a diciembre; si necesitara la población en cada mes, podrían utilizarse algunas metodologías más elaboradas como las discutidas en (Swanson y Sieguel, 2004, páginas 727 y 728 WPP 2017 (Naciones Unidas), páginas 31 y 32).

En general, el proceso de expandir datos en torno a los puntos observados es un ejercicio de balance entre suavidad de la serie resultante y calce entre datos originales y suavizados. Puede decirse que es un ejercicio práctico antes que académico y la selección de la metodología dependerá de cada aplicación. Será deseable, sin embargo, que los resultados del modelo tengan una baja sensibilidad a la elección de la metodología de expansión.

A3.1 Expansión de poblaciones o promedios

La idea es tomar datos por tramos de edad y transformarlos en datos por edades simples. El método sugerido a continuación se encuentra agregado como una hoja aparte en el archivo Excel adjunto a este informe.

Esta expansión podría aplicarse al número de personas empleadas, o al salario promedio, por ejemplo.

En el caso de "número de personas totales", hay literatura sobre el tema. Por ejemplo, la metodología de Naciones Unidas (2017), cuando expande sus datos de población total (que de hecho son generados en forma quinquenal y por edades agrupadas) utiliza el criterio propuesto en Beers (1944, 1945). Este criterio

[6] Una de las simplificaciones que esto permite es suponer que las tasas de riesgo son constantes en un el intervalo de tiempo.

se describe en la página 688 de Swanson y Siegel (2004), un libro influyente sobre métodos demográficos. De todas formas, estas metodologías están en constante revisión. WPP 2017 (Naciones Unidas), nota que al expandir la población usando uno de estos métodos, "*debiera notarse que para edades de 80 y más la estabilidad y confianza de la metodología de interpolación [Fórmula de Sprague] no fue siempre satisfactoria* (página 32)".

Ahora bien, a objeto del modelo, y teniendo en mente una aplicación a datos no solo de poblaciones, sino además de mercado laboral y del stock de pensiones, parece buena idea contar con un método extremadamente sencillo y transparente. Además, es muy posible que los resultados con modelos más elaborados sean similares.

El método incluido en el modelo se describe a continuación. Se asume para exponer el método que los datos vienen en tramos de cinco años:

1. Se toma el valor central de cada tramo de edad, se divide por cinco, y se le asigna a la edad central.

   Por ejemplo, si el tramo 50-54 tiene 75.000 personas, se asigna 15.000 a la edad 52. A este valor se le llama "original" en la Figura 1, la cual recoge la aplicación a datos reales de la fuerza laboral femenina de Jamaica en el año 2015.

2. Se asume que la población por edad simple evoluciona linealmente entre valores originales, siguiendo la pendiente entre ellos.

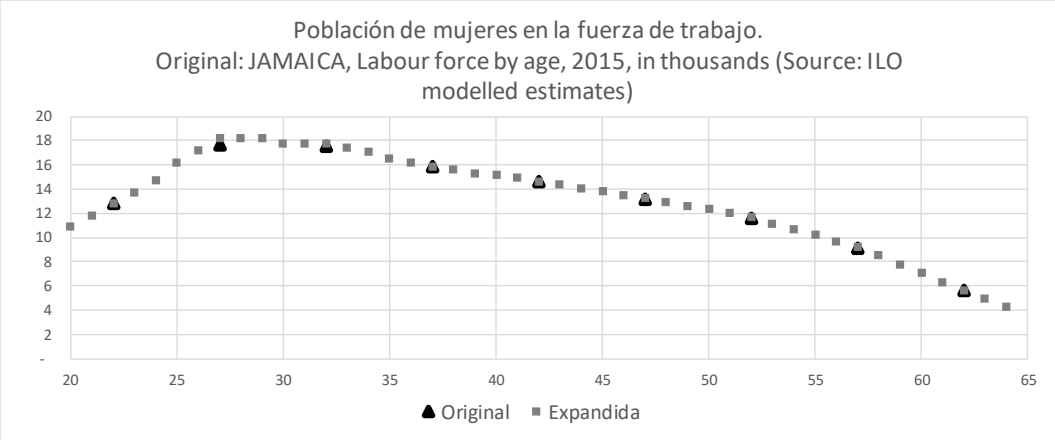
3. Para los tramos extremos (20-24 y 60-64 en la Figura 1) se asume que los valores en las edades simples extremas (20, 21 y 63, 64) siguen la pendiente entre los dos datos originales más cercanos.

4. Si el paso 3 arrojó un número negativo, se reemplaza por cero.

5. La suma de las edades simples dentro de un tramo se multiplica por un número tal que su promedio calce perfecto con el valor original.

A continuación, se aplica este método a la población femenina en la fuerza de trabajo en Jamaica en el año 2015:

Figura 1



Fuente: elaboración propia.

Se aprecia en la figura que, si bien el método usado es muy simple, se obtiene una distribución bastante suave de las cifras expandidas.

Expansión para las edades más avanzadas

Un tema especial dentro de la expansión de población son las edades más avanzadas. En el modelo se asume que la población base llega hasta la edad de 110 años, pero muchas veces este dato vendrá en forma de un intervalo abierto ("80 y más", por ejemplo). Para distribuir ese dato, se propone tomar las tablas de mortalidad utilizadas para proyectar la población base, "transformarlas" en tasas por edades imples usando la metodología de la sección A3.2, y con ellas estimar la distribución de una población estable. Finalmente, aplicar esa distribución al tramo superior.

A3.2 Expansión de tablas de mortalidad y otras tasas de riesgo

En el caso de las tablas de mortalidad, existe metodologías precisas para realizar las expansiones. El método sugerido a continuación se encuentra agregado al archivo Excel adjunto a este informe.

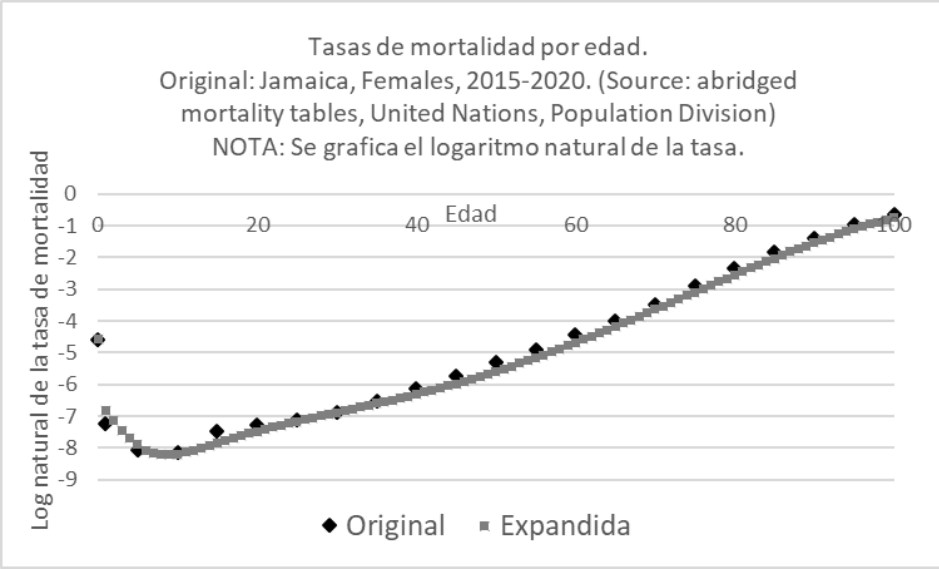
El objetivo es contar con tasas de mortalidad en edades simples. Llevar tasas por edades agrupadas a edades simples puede ser complejo, porque existen diversas configuraciones por edad simple que serán coherentes con la misma configuración por edad agrupada.

Existe una serie de artículos sobre el tema "expandir tablas de mortalidad", y, en general, sus recomendaciones apuntan en la misma dirección metodológica: el modelo de Heligman and Pollard (1980). Este es un método paramétrico basado

en ajustar una regresión con 8 parámetros a los datos por edad agrupada, y luego utilizarlos para proyectar el valor de "q" (la proporción que muere) en cada edad simple. Una descripción más detalla del método excede a la extensión de este informe; el archivo Excel adjunto incluye la expansión de Heligman and Pollard (1980).

A continuación, se aplica este método a la tabla de mortalidad femenina de Jamaica en el año 2015 disponible en la División de Población de Naciones Unidas:

Figura 2



Fuente: elaboración propia.

Se aprecia en la figura un muy buen calce entre la serie original y la expandida.

En el modelo se ha propuesto utilizar esta metodología para las tasas de mortalidad. Para otras tasas (como la tasa de jubilación anticipada o la tasa de entrada al mercado laboral, por ejemplo), se propone ya sea usar este método u otro más simple, basado en lo discutido en A.3.1.